

# Omtentamen

## Linjär algebra MA014A

2014-05-10

Skrivtid: 10,00 – 15,00

Hjälpmedel: Inga

Skriv utförliga och tydliga lösningar till varje uppgift. Börja varje nu uppgift på ett nytt ark, använd inte baksidan.

Samtliga uppgifter ger max 5 p.

Eventuella frågor besvaras av Mirko Radic 0732146691

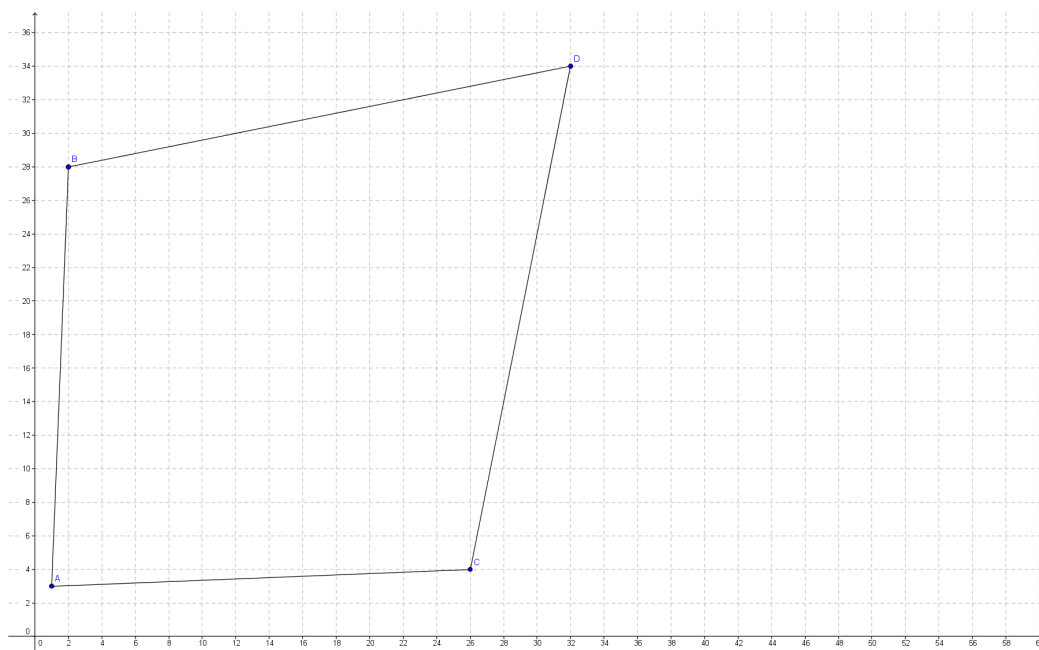
1. Lös ekvationssystemet  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  där

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

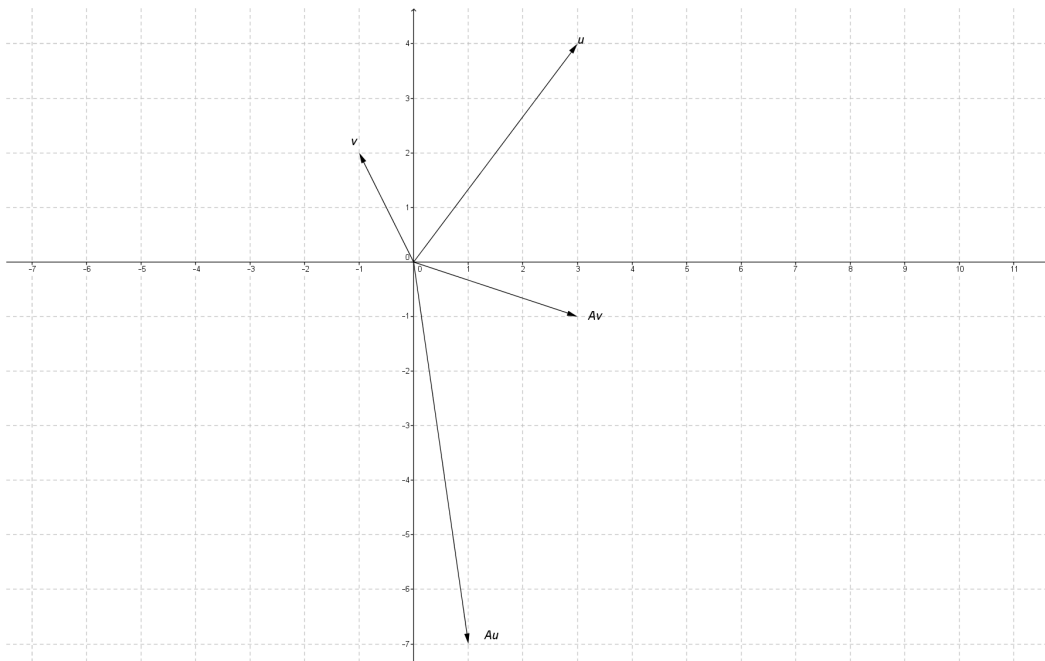
2. Beräkna alla lösningar till den komplexa ekvationen

$$z^9 = i$$

3. Lantmätar-Linda ska räkna ut arean av en tomt. Hon har fått en fixpunkt angiven med koordinat  $A = (1, 3)$ . De övriga punkterna är  $B = (2, 28)$ ,  $C = (26, 4)$  samt  $D = (32, 34)$ . Beräkna den area som Lantmätar-Linda ska beräkna.



4. Figuren nedan visar hur en linjär avbildning  $A$  avbildar vektorerna  $u, v$  till  $Au$  respektive  $Av$ . Bestäm avbildningsmatrisen för  $A$ .



5. Bestäm kolonnrum (Col  $A$ ), radrum (Row  $A$ ) och nollrum (Nul  $A$ ) till

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Bestäm även dimensionerna av Row  $A$ , Col  $A$ , Nul  $A$ , Nul  $A^T$

6. Låt

$$A(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & t & t \\ t & -t & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hitta de värden på parameterna  $t$  som gör att systemet  $A(t) \mathbf{x} = \mathbf{b}$  har

- Unik lösning.
  - Oändligt många lösningar. Ge även denna lösning.
  - Saknar lösning.
7. Ange den andragradskurva  $y = ax^2 + bx + c$ , som i minsta kvadratmetodens mening bäst ansluter sig till följande mätdata  $(x, y) = (-1, 2), (0, 2), (1, 1)$  samt  $(2, 0)$ .

8. Bestäm värden på  $a$  och  $b$ , så att matrisen

$$A = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & 2 & 0 \\ b & b & b \end{bmatrix} \quad \text{får egenvektorn} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bestäm även, för dessa värden på  $a$  och  $b$ , samtliga egenvärden och egenvektorer till  $A$ .